



# Université René Descartes – Paris 5

UFR de mathématiques et informatique

Année 2003-2004

## LICENCE DE MATHÉMATIQUES

<http://www.math-info.univ-paris5.fr/licence-math>

La licence de Mathématiques est un diplôme national de second cycle préparé en un an. Le but est de donner aux étudiants une formation de base solide en mathématiques de façon à permettre une poursuite d'études soit en maîtrise de mathématiques (pures, appliquées ou mention ingénierie mathématique) suivi d'un DEA ou d'un DESS ou de la préparation à l'agrégation de mathématiques, soit en la préparation au CAPES de mathématiques (avec ou non une entrée en I.U.F.M.).

L'U.F.R. de Mathématiques et Informatique de Paris V propose une maîtrise d'ingénierie mathématique.

### Conditions d'admission

Les titulaires d'un DEUG Sciences, mention M.I.A.S. ou M.A.S.S., sont admis de plein droit. Les titulaires d'un autre DEUG ou d'un titre jugé équivalent, les anciens élèves de Mathématiques spéciales, peuvent être admis sur autorisation du président de l'Université après avis de la commission pédagogique.

### Organisation des études

La licence se compose de six unités d'enseignement obligatoires, de deux unités d'enseignement optionnelles à choisir parmi quatre proposées et d'un projet de mathématiques facultatif.

#### Unités d'enseignement obligatoires :

TCD	Topologie et calcul différentiel – 1 <sup>er</sup> semestre, 119h.
INT	Intégration – 1 <sup>er</sup> semestre, 56h
ALG	Algèbre – 1 <sup>er</sup> semestre, 98h.
CHF	Fonctions de variable complexe, espaces de Hilbert et analyse de Fourier - 2 <sup>ème</sup> semestre, 56h.
PRO	Probabilités – 2 <sup>ème</sup> semestre, 56h.
EQD	Equations différentielles – 2 <sup>ème</sup> semestre, 63h.

#### Deux unités d'enseignement optionnelles choisies parmi les suivantes :

GEO	Géométrie – 1 <sup>er</sup> semestre, 56h.
PR	programmation – 1 <sup>er</sup> semestre, 84h.
NUM	Méthodes numériques – 2 <sup>ème</sup> semestre, 56h
BIO	Biologie cellulaire – 2 <sup>ème</sup> semestre, 56h.

### **TCD : Topologie et calcul différentiel (1<sup>er</sup> semestre - 119 h)**

Espaces métriques, convergence et continuité. Espaces métriques complets, compacts, connexes. Espaces vectoriels normés, espace des applications linéaires continues, cas des espaces de dimension finie.

Espaces de fonctions, topologie de la convergence uniforme.

Dérivées et différentielles, théorème des accroissements finis, difféomorphismes, théorème d'inversion locale. Théorème des fonctions implicites.

Formules de Taylor, extrema libres, extrema liés.

### **INT : Intégration (1<sup>er</sup> semestre - 56 h)**

Espaces mesurables, mesure, intégration par rapport à une mesure.

Théorèmes de convergence (Beppo-Levi, Lebesgue).

Espaces  $L^p$ .

Mesure image, mesure produit, théorème de Fubini, mesure à densité.

Introduction à la convolution des mesures et des fonctions.

Convergences des mesures, théorème de Paul Lévy.

### **ALG : Algèbre (1<sup>er</sup> semestre - 98 h)**

#### **Structures algébriques (56h.)**

Groupes, sous-groupes, morphismes ; groupes quotients.

Anneaux: anneaux commutatifs intègres, corps des fractions ; idéaux ; problèmes de divisibilité et de factorisation ; exemples : anneaux de polynômes.

Corps commutatifs, caractéristique et corps premier ; corps de rupture et corps de décomposition d'un polynôme. Corps finis. Problèmes de constructibilité.

#### **Algèbre linéaire (42h.)**

Polynômes d'endomorphismes. Polynômes annulateurs. Espaces cycliques. Réduction de Jordan.

Espaces euclidiens et hermitiens. Adjoint d'un endomorphisme.

Réduction des endomorphismes normaux dans un espace euclidien ou hermitien.

### **CHF : Fonctions de variable complexe, espaces de Hilbert et analyse de Fourier (2<sup>ème</sup> semestre - 56h)**

Fonctions holomorphes ; théorèmes de Cauchy ; analyticité.

Fonctions méromorphes ; théorèmes des résidus et applications.

Suites et séries des fonctions holomorphes et méromorphes.

Espaces de Hilbert, théorème de projection, base hilbertienne, théorème de Bessel-Parseval.

Séries de Fourier.

Transformation de Fourier dans  $L^1$  et  $L^2$ , transformée de Fourier d'une mesure, théorèmes d'unicité et d'inversion.

### **PRO : Probabilités (2<sup>ème</sup> semestre - 56h)**

Mesure et probabilité.

Variable aléatoire, vecteur aléatoire, loi d'un vecteur aléatoire, indépendance, lois marginales.

Lois usuelles discrètes et à densité, lois gaussiennes.

Fonctions caractéristiques, théorèmes d'unicité et d'inversion.

Théorèmes de convergence : lois faibles et fortes des grands nombres, théorème central limite.

Espérance conditionnelle.

**EQD : Equations différentielles (2<sup>ème</sup> semestre - 63 h)**

Modélisation par une équation différentielle : exemples tirés de la physique, la biologie, l'économie.

Problèmes d'existence et d'unicité des solutions. Solutions maximales. Méthode de Picard.

Théorème de Cauchy-Lipschitz.

Systèmes linéaires. Cas des coefficients constants. Perturbations, stabilité.

Résolution numérique (Runge-Kutta). Exemple d'utilisation d'un logiciel.

Systèmes autonomes, champs de vecteurs. Propriétés du flot. Stabilité, fonctions de Liapounov.

Théorème de linéarisation de Hartmann. Etude de cas.

Introduction à la théorie de la bifurcation.

**GEO : Géométrie (optionnel) (1<sup>er</sup> semestre - 56 h)**

Quelques résultats de géométrie "élémentaire" : droites concourantes dans le triangle, problèmes d'angles, divisions harmoniques et cercles orthogonaux, étude élémentaire des coniques.

Quelques transformations "nouvelles" : perspectives (birapport et perspectives de cercles), inversions, transformations par polaires réciproques.

Espaces affines et espaces projectifs ; droites projectives ; birapport et homographie.

Formes quadratiques, coniques et quadriques.

**PR : Programmation. (1<sup>er</sup> semestre – 56h)**

L'objectif de cette UE est de donner une culture de base solide en programmation classique. Le langage étudié est le langage C. Il est également pratiqué une initiation au langage HTML et à Javascript.

**NUM : Méthodes numériques (optionnel) (2<sup>ème</sup> semestre - 56h)**

Ce cours, bien qu'étant un cours de mathématiques, présente les techniques spécifiques utilisées afin de résoudre certains problèmes numériques. Outre un cours théorique, des TP sur machines ont lieu afin d'utiliser un logiciel de calcul numérique (SciLab).

Optimisation numérique : méthode du gradient, du gradient conjugué, résolution d'équations.

Analyse numérique matricielle, problèmes de conditionnement, diagonalisation.

Equations différentielles : méthodes de Runge-Kutta, d'Euler, différences finies.

**BIO : Biologie cellulaire (optionnel) (2<sup>ème</sup> semestre - 56h)**

L'organisation cellulaire du vivant : virus, cellule procaryote, cellule eucaryote – La notion de cycle cellulaire – Les molécules du vivant : glucides, lipides, protéines, acides nucléiques – Le flux de l'information cellulaire : réplication, transcription et traduction – Les membranes biologiques et les transports membranaires – Le noyau – Le réseau intermembranaire : le réticulum endoplasmique, l'appareil de Golgi, les lysosomes – Les mitochondries et la production d'énergie – Le cytosquelette et la matrice extracellulaire – La communication intercellulaire.

**Projet de mathématiques**

Des projets facultatifs de mathématiques seront proposés aux étudiants afin de développer l'initiative personnelle et le travail en petits groupes. Il leur sera demandé d'effectuer une recherche bibliographique et personnelle sur un sujet proche du contenu de la licence sous la direction d'un enseignant de l'UFR . Les aspects numériques, l'utilisation de l'informatique, les liens avec les applications pourront en particulier être développés.

---