



Université René Descartes – Paris 5

UFR de mathématiques et informatique

Année 2003-2004

MAITRISE DE MATHEMATIQUES Mention Ingénierie Mathématique

<http://www.math-info.univ-paris5.fr/maitrise-math>

La maîtrise de mathématiques est un diplôme national de second cycle préparé en un an. L'objectif est de former des mathématiciens appliqués ayant une connaissance approfondie des domaines qui sont utilisés dans les sciences de l'ingénieur. Des modules optionnels permettent de s'orienter en particulier vers des applications biomédicales.

Débouchés : DEA et DESS de mathématiques appliquées, admission sur titre en Ecoles d'Ingénieurs.

Conditions d'admission

Les titulaires d'une licence de mathématiques sont admis de plein droit. Les titulaires d'une autre licence ou d'un titre jugé équivalent peuvent être admis sur autorisation du Président de l'Université après avis de la commission pédagogique.

Organisation des études

La maîtrise proposée se compose de six modules obligatoires (420h), de deux modules optionnels, d'un séminaire (10h) et d'un cours d'anglais facultatif (42h).

Modules obligatoires :

Analyse :

- Analyse fonctionnelle et opérateurs - 1er semestre, 60h.
- Distributions et analyse de Fourier - 1er semestre, 60h.

Statistiques - 1er semestre, 90h.

Equations aux dérivées partielles - 2ème semestre, 80h.

Ondelettes et traitement du signal - 2ème semestre, 60h

Processus stochastiques - 2ème semestre, 70h.

Deux modules optionnels choisis parmi les suivants :

Bases de données et fouille de données - 1er semestre, 98h.

Réseaux et internet - 2ème semestre, 98h.

Epidémiologie et Essais Thérapeutiques - 2ème semestre, 60h.

Evolution et génétique - 2ème semestre, 60h.

Les étudiants n'ayant pas déjà suivi l'option de la licence de mathématiques intitulée « Biologie cellulaire » pourront de plus la sélectionner.

Séminaire de formation - 2ème semestre, 10h.

Exposés de personnalités extérieures, travaillant dans le domaine des sciences biomédicales, en relation avec les quatre modules obligatoires.

Un projet sera associé à ce séminaire.

Description des modules de la maîtrise

Analyse :

- **Analyse fonctionnelle et opérateurs (1er semestre - 60 h)**

Espaces fonctionnels élémentaires: espaces L^p , espaces C^k . Méthodes d'approximation. Espace dual. Théorème de Banach-Steinhaus et applications. Topologies faibles. Espaces vectoriels topologiques localement convexes. Distributions.

Espaces de Hilbert. Théorème de Lax-Milgram. Opérateurs, décomposition spectrale. Espaces de Sobolev. Formulation variationnelle de problèmes aux limites elliptiques, solutions faibles et fortes. Problèmes d'évolution.

- **Distributions et analyse de Fourier (1er semestre - 60 h)**

Introduction à la théorie des distributions. Séries de Fourier de distributions périodiques. Transformée de Fourier d'une distribution tempérée et convolution. Transformée de Fourier discrète (dans l^2). Transformée de Laplace des distributions.

Applications au traitement de l'information (avec des exemples tirés du domaine biomédical) : convolution et filtrage linéaire (dans L^2 et dans l^2). Transformée de Fourier rapide.

Spectrogrammes. Echantillonnage (théorème de Shannon-Nyquist). Quantification et compression. Transformée de Radon et problème d'inversion. Problèmes de déconvolution.

Statistiques (1er semestre - 90 h)

Décision statistique. Exhaustivité. Modèles réguliers et information de Fisher. Modèles exponentiels.

Estimation : estimateurs sans biais, uniformément de variance minimum, consistants, efficaces et asymptotiquement efficaces. Méthodes du maximum de vraisemblance, des moments, des moindres carrés. Estimation bayésienne.

Tests, tests uniformément les plus puissants, propriétés d'optimalité pour les familles à rapport de vraisemblance monotone.

Modèles linéaires gaussiens, régression et analyse de la variance.

Equations aux dérivées partielles (2ème semestre - 80 h)

Rappels d'analyse vectorielle (théorème de la divergence) et déduction d'e.d.p. classiques (exemples de la physique et dynamique de populations). Étude des équations classiques : équation de transport, équation de Laplace, équation de la chaleur et équation des ondes.

Théorème de Cauchy-Kowaleskaya pour les e.d.p. quasilinéaires. Classification des e.d.p. d'ordre 2. Étude des e.d.p. du premier ordre. Caractéristiques et problème de Cauchy. Exemple d'équations non linéaires. Formation d'ondes de choc et solution faibles.

Différences finies pour des problèmes paraboliques et hyperboliques.

Formulation faible d'un problème elliptique et méthode des éléments finis.

Ondelettes et traitement du signal (2ème semestre - 60 h)

Motivations. Le plan temps-fréquence. Transformée de Fourier à fenêtre glissante et transformée de Gabor. Transformée en ondelettes d'une fonction de L^2 . Séries d'ondelettes dans L^2 (analyse multirésolution).

Application au traitement de l'information (avec des exemples tirés du domaine biomédical) : filtres miroir en quadrature. Filtrage en sous-bandes. Transformées en ondelettes rapides (dans l^2).

Application des analyses temps-fréquence et temps-échelle à la compression d'information et à la détection et la caractérisation de l'information pertinente.

Processus stochastiques (1er semestre - 70 h)

Chaînes de Markov à espaces d'états dénombrables. Marches aléatoires, processus de Galton-Watson.

Processus de Poisson. Processus de Markov, semi-groupes et générateurs.

Processus de naissance et de mort. Modèles de populations. Files d'attente markoviennes, réseaux de Jackson.

Bases de données et fouille de données - (optionnel) - (1er semestre - 98 h)

L'objectif de cette UE est d'amener les étudiants à comprendre les mécanismes d'organisation des bases de données et de les rendre capables de rechercher de l'information cohérente dans les entrepôts de données actuels.

Utilisation de bases de données : algèbre relationnelle, le langage SQL, utilisation d'un système de gestion de bases de données (SGBD) opérationnel

Conception de bases de données : modèle conceptuel entité/association ; théorie des dépendances fonctionnelles

Entrepôts de données

Fouille de Données : cycle complet de découverte d'informations à partir de données, méthodes classiques : règles d'association, arbres de décision, réseaux de neurones, algorithme des k-moyennes, méthode des plus proches voisins.

Réseaux et internet - (optionnel) - (2ème semestre - 98 h)

L'objectif de cette UE est de faire comprendre les bases des réseaux de télécommunication et leurs architectures. La communication instantanée entre deux individus à l'échelle de la planète, la mise à disposition universelle d'une masse quasi illimitée de données sur Internet sont le fait quotidien de ces réseaux. Les réseaux locaux d'entreprise et leur interconnexion à Internet constitue un réseau d'ossature mondial, support d'un très grand nombre d'applications multimédia.

Ce cours présente les concepts généraux des réseaux informatiques : la constitution d'un liaison simple et les protocoles de liaison de données. les réseaux locaux d'entreprise et leurs techniques d'accès; l'adressage IP et l'architecture TCP/IP; les services de base, annuaires, transferts de fichiers, messagerie ; les ponts, routeurs, commutateurs et autres équipements réseaux. ; l'organisation des application en client/serveur; la mise en place d'un Intranet ; les serveurs Web et sites de commerce électronique. la conception des pages HTML dynamiques, les problèmes de sécurité.

Epidémiologie et Essais Thérapeutiques - (optionnel) - (2ème semestre - 60 h)

Notions de base, facteurs de risque, facteurs troublants. Etudes épidémiologiques : sondages, types divers d'études (transversales, des cohortes, notamment essais thérapeutiques, cas témoins, etc...). Modèles statistiques des études : tableau 2 x 2, stratification, logistique, multilinéaire ; temps de survie : non paramétriques. Modélisation épidémiologique : génétique des populations, maladies transmissibles. Test médicaux, arbres de décision. Systèmes d'information médicale. Lecture et présentation par les étudiants d'articles de la littérature récente.

Evolution et génétique - (optionnel) - (2ème semestre - 60 h)

Evolution et biodiversité du vivant : LDs théories de l'évolution de Lamarck à la pensée moderne de l'évolution (à l'échelle des populations et au niveau moléculaire) ; la biodiversité ; L'origine de l'homme.

Génétique : Les divisions cellulaires : mitose et méiose ; Les lois de l'hérédité ; Les modifications du matériel génétique : les mutations génétiques et les aberrations chromosomiques ; La carte chromosomique de l'homme ; Les nouvelles techniques de la biologie moléculaire.

Biologie cellulaire - (Optionnel) - (2ème semestre - 60h)

L'organisation cellulaire du vivant : virus, cellule procaryote, cellule eucaryote – La notion de cycle cellulaire – Les molécules du vivant : glucides, lipides, protéines, acides nucléiques – Le flux de l'information cellulaire : réplication, transcription et traduction – Les membranes biologiques et les transports membranaires – Le noyau – Le réseau intermembranaire : le réticulum endoplasmique, l'appareil de Golgi, les lysosomes – Les mitochondries et la production d'énergie – Le cytosquelette et la matrice extracellulaire – La communication intercellulaire.

Séminaire et TER - (2ème semestre - 10 h + 20 h)

Le séminaire sera constitué d'exposés faits par des personnalités extérieures travaillant dans des domaines d'application en relation avec les six unités d'enseignement obligatoires.

Le TER sera associé au séminaire de la manière suivante : des articles de recherche illustrant les différents exposés seront sélectionnés avec l'aide des intervenants en fonction de leur intérêt scientifique, du programme de mathématiques ou d'informatique proposé dans la maîtrise, aussi peut-être en fonction de l'actualité. Ensuite, ces articles seront répartis en projets et distribués aux étudiants par groupe de deux ou trois. Les articles utilisés pourront être en Anglais ou en Français.

Contrôle de connaissance :

Module	Semestre	Intitulé	Vol. horaire	Coefficient
M1	1er	Analyse fonctionnelle et opérateurs	60h	2
	1er	Distributions et analyse de Fourier	60h	
M2	1er	Statistique	90h	1,5
M3	2ème	Equations aux dérivées partielles	80h	1,5
M4	2ème	Ondelettes et traitement du signal	60h	1
M5	2ème	Processus stochastiques	70h	1
Options 2 sur 4 ou 5	1er	Bases de données et fouille de données	98h	1
	2ème	Réseaux et internet	98h	.
	2ème	Epidémiologie et essais thérapeutiques	60h	1
	2ème	Evolution et génétique	60h	.
	2ème	Biologie cellulaire	60h	.
	2ème	Séminaire et TER	30h	1